DOI:

ISSN: 3151-8273

Periocidad trimestral Julio-Septiembre, Volumen 2, Numero 3, Años (2024), Pág. 1-13

Fecha de recepción: 2024-05-06

Fecha de aceptación: 2024-06-06

Fecha de publicación: 2024-07-06

# Cálculo fraccionario en modelado de fenómenos de memoria larga

**Elio Jeremy Chiquito Baque**

yey_1005@hotmail.com

https://orcid.org/0000-0001-5345-3351

**Universidad Estatal de Bolívar**

Bolivar - Ecuador

**Resumen**

En el análisis de sistemas dinámicos complejos, la problemática central radica en la limitada capacidad de los modelos clásicos para representar fenómenos con memoria larga. El objetivo de esta investigación fue analizar la eficacia del cálculo fraccionario en la modelación de estos procesos, integrando la dependencia temporal en su formulación. Metodológicamente, se adoptó un enfoque no experimental de tipo analítico, sustentado en información proveniente de organismos nacionales e internacionales, junto con la aplicación de ecuaciones diferenciales fraccionarias y técnicas estadísticas avanzadas. Los resultados evidenciaron correlaciones persistentes en múltiples rezagos temporales, rechazo de normalidad en las series analizadas y un ajuste superior de los modelos fraccionarios frente a los modelos tradicionales. Asimismo, se identificó una mayor estabilidad y capacidad predictiva en escenarios de mediano y largo plazo. En síntesis, el cálculo fraccionario permite una representación más precisa de sistemas con memoria larga, superando las limitaciones de los enfoques clásicos.

**Palabras clave:** cálculo fraccionario, memoria larga, series temporales, modelación matemática, dependencia temporal, sistemas dinámicos.

Revista Vorenix International
DOI:
ISSN: 3151-8273

# Fractional calculus in modeling long-memory phenomena

## Abstract

In the analysis of complex dynamic systems, the main issue lies in the limited capacity of classical models to represent long-memory phenomena. The objective of this study was to assess the effectiveness of fractional calculus in modeling such processes by incorporating temporal dependence into the system formulation. Methodologically, a non-experimental analytical approach was adopted, based on data from national and international organizations, combined with fractional differential equations and advanced statistical techniques. The results revealed persistent correlations across multiple time lags, non-normal distributions in the analyzed series, and superior fitting performance of fractional models compared to classical approaches. Additionally, greater stability and predictive capacity were observed in medium- and long-term scenarios. Overall, fractional calculus provides a more accurate representation of long-memory systems, overcoming the limitations of traditional models.

**Keywords:** fractional calculus, long memory, time series, mathematical modeling, temporal dependence, dynamical systems

## Introducción

En el ámbito de las ciencias aplicadas y la ingeniería avanzada, la modelización de fenómenos con memoria larga ha adquirido una relevancia creciente debido a la incapacidad de los modelos clásicos basados en derivadas de orden entero para capturar dinámicas no locales y dependencias temporales persistentes. En este contexto, el cálculo fraccionario se consolida como una herramienta analítica de alto nivel, al extender los conceptos tradicionales de derivación e integración hacia órdenes no enteros, permitiendo representar procesos donde el estado actual depende de toda la historia del sistema. En esta línea, Lozada-Coronel et al. (2023) destacan que las derivadas fraccionarias proporcionan una formulación más adecuada para describir sistemas dinámicos complejos caracterizados por memoria hereditaria.

Desde una perspectiva teórica, el cálculo fraccionario se fundamenta en operadores como los de Riemann-Liouville y Caputo, los cuales incorporan integrales con núcleos de memoria que ponderan el pasado del sistema. Esta propiedad resulta esencial en la modelización de fenómenos de memoria larga, tales como materiales viscoelásticos, procesos de difusión anómala y sistemas biológicos con retroalimentación retardada. En este sentido, Roscani (2021) sostiene que las ecuaciones diferenciales fraccionarias permiten describir con mayor fidelidad la evolución temporal de sistemas complejos en comparación con los enfoques clásicos de orden entero.

Desde un enfoque aplicado, el uso del cálculo fraccionario ha demostrado ventajas significativas en la representación de procesos donde la dinámica depende de múltiples escalas temporales. En particular, investigaciones recientes evidencian que los modelos fraccionarios capturan de manera más precisa la persistencia de correlaciones en el tiempo,

DOI:
ISSN: 3151-8273

característica esencial de los fenómenos de memoria larga. Al respecto, Tarasov (2022) explica que los modelos de memoria larga requieren operadores matemáticos no locales que permitan representar dependencias temporales extendidas más allá de los esquemas exponenciales tradicionales.

Asimismo, el desarrollo de métodos numéricos y herramientas computacionales ha impulsado la aplicación del cálculo fraccionario en diversas áreas, incluyendo la física, la economía y la ingeniería de sistemas complejos. En este contexto, la incorporación de funciones especiales como la función de Mittag-Leffler fortalece la capacidad explicativa de estos modelos, al representar procesos de relajación y difusión anómala con mayor precisión. En concordancia, Gómez-Aguilar et al. (2021) señalan que la implementación computacional de modelos fraccionarios ha permitido avanzar en la simulación de sistemas reales con memoria de largo alcance.

En el escenario actual, caracterizado por la creciente complejidad de los sistemas dinámicos y la necesidad de modelos más realistas, el cálculo fraccionario se posiciona como un enfoque matemático fundamental para el análisis de fenómenos con memoria larga. Su capacidad para integrar efectos históricos en la dinámica del sistema no solo amplía el marco conceptual del análisis matemático, sino que también contribuye al desarrollo de modelos predictivos más precisos. En consecuencia, esta investigación se orienta a profundizar en el uso del cálculo fraccionario como herramienta para el modelado de fenómenos de memoria larga, abordando sus fundamentos teóricos, aplicaciones prácticas y potencial en la resolución de problemas complejos.

## Fundamentos del cálculo fraccionario y su vínculo con la memoria larga

Cuando se analiza la disipación térmica en un material cuya temperatura no depende únicamente del instante actual sino de la historia completa del sistema, se evidencia una respuesta retardada que no puede ser representada adecuadamente mediante derivadas de orden entero. Este tipo de comportamiento ilustra la necesidad de enfoques matemáticos capaces de incorporar memoria, como es el caso del cálculo fraccionario, el cual amplía los operadores clásicos hacia órdenes no enteros permitiendo modelar dinámicas no locales. En este sentido, Morillo et al. (2022) señalan que el cálculo fraccionario constituye una extensión natural del cálculo tradicional al integrar efectos históricos dentro de la formulación diferencial.

En este marco, la memoria larga se interpreta como una propiedad inherente a sistemas donde las correlaciones temporales decrecen lentamente y mantienen influencia significativa a lo largo del tiempo. Martínez-Fuentes et al. (2021) explican que los operadores fraccionarios con núcleos generales permiten capturar este tipo de dependencia mediante formulaciones más flexibles que las ecuaciones diferenciales clásicas, favoreciendo el análisis de estabilidad en sistemas no lineales.

Por otra parte, la diversidad de operadores fraccionarios introduce matices relevantes en la modelación. Lascano et al. (2022) destacan que la derivada conforme facilita la transición conceptual entre modelos clásicos y fraccionarios, conservando propiedades diferenciales

DOI:
ISSN: 3151-8273


esenciales, mientras que Cedeño et al. (2022) sostienen que su aplicabilidad en fenómenos físicos radica en su capacidad de mantener coherencia estructural con los modelos tradicionales.

Asimismo, la estabilidad de los sistemas con memoria larga se ve condicionada por la naturaleza no local de los operadores. Dhayal et al. (2022) evidencian que los sistemas estocásticos con derivadas de tipo Atangana-Baleanu presentan comportamientos dinámicos diferenciados debido a la incorporación explícita de memoria, lo que modifica los criterios de convergencia respecto a los modelos clásicos.

En términos funcionales, las soluciones de ecuaciones diferenciales fraccionarias suelen expresarse mediante funciones de Mittag-Leffler, las cuales generalizan la función exponencial y permiten describir procesos de relajación no exponencial. Morales-Delgado et al. (2023) demuestran que estas funciones son fundamentales para representar dinámicas complejas en modelos farmacocinéticos, donde la persistencia temporal es determinante en la evolución del sistema.

**Aplicaciones del modelado fraccionario en fenómenos con persistencia temporal**

En el análisis del transporte de contaminantes en medios porosos, donde la dispersión depende de trayectorias previas y heterogeneidades del medio, se observa un comportamiento anómalo que no puede ser descrito mediante ecuaciones clásicas de difusión. Este tipo de fenómeno evidencia la utilidad del cálculo fraccionario como herramienta de modelación avanzada. Pandey et al. (2022) sostienen que las ecuaciones fraccionarias de reacción, advección y difusión permiten capturar con mayor precisión la dinámica de estos procesos al incorporar efectos de memoria.

En el ámbito biológico, la transferencia de calor en tejidos vivos también presenta características de memoria, especialmente cuando intervienen procesos fisiológicos acumulativos. Abro et al. (2021) analizan el modelo bio-térmico de Pennes mediante técnicas fraccionarias y concluyen que la inclusión de memoria mejora la representación de la dinámica térmica en sistemas biológicos complejos.

Desde otra perspectiva, la modelación de procesos fisiológicos con dependencia histórica se amplía mediante ecuaciones integro-diferenciales fraccionarias. Abro et al. (2023) destacan que la dilución plasmática puede describirse con mayor precisión al considerar efectos acumulativos en el tiempo, lo que refuerza la pertinencia del enfoque fraccionario en sistemas biológicos.

En sistemas dinámicos acoplados, la complejidad se incrementa cuando múltiples variables interactúan bajo condiciones de memoria no uniforme. Bedi et al. (2021) analizan sistemas híbridos de orden fraccionario y demuestran que la inclusión de derivadas Caputo-Hadamard permite describir interacciones complejas con dependencia temporal extendida. De manera complementaria, Khan et al. (2023) proponen nuevas formulaciones de derivadas fraccionarias por tramos que amplían la capacidad de modelación en sistemas no lineales.

VO-IN Revista Vorenix International
ISSN: 3151-8273
DOI:

Por otro lado, la propagación de virus informáticos en redes digitales puede presentar comportamientos de persistencia similares a los sistemas biológicos. Ravichandran et al. (2023) desarrollan un modelo epidemiológico fraccionario que incorpora memoria, evidenciando que la dinámica de contagio digital depende de estados previos del sistema.

En el campo de los sistemas caóticos, la memoria también influye en la evolución de trayectorias dinámicas. Xiong et al. (2021) analizan sistemas caóticos de orden fraccionario y demuestran que la incorporación de memoria modifica significativamente la estabilidad y sincronización de los sistemas.

Finalmente, el avance tecnológico ha permitido integrar el cálculo fraccionario en modelos computacionales inteligentes. Solís-Pérez et al. (2022) proponen redes neuronales con funciones de transferencia fraccionarias, mientras que Arora et al. (2022) destacan aplicaciones en visión por computadora. A su vez, Raubitzek et al. (2023) evidencian que la combinación de derivadas fraccionarias con aprendizaje automático abre nuevas posibilidades en el análisis de sistemas con memoria larga.

En consecuencia, el cálculo fraccionario se consolida como un marco teórico integral para la comprensión y modelación de fenómenos con persistencia temporal, permitiendo describir con mayor precisión sistemas complejos donde la memoria desempeña un papel determinante.

**Materiales y métodos**

En este contexto, el enfoque metodológico se sustenta en un diseño no experimental de carácter analítico, orientado a la modelación de fenómenos con memoria larga mediante herramientas avanzadas del cálculo fraccionario. Bajo esta premisa, se estableció una estrategia sistemática de recopilación de información basada en fuentes secundarias oficiales, incluyendo informes técnicos, bases de datos y reportes institucionales emitidos por organismos nacionales e internacionales, tales como el Banco Central del Ecuador, el Instituto Nacional de Estadística y Censos, la Comisión Económica para América Latina y el Caribe y el Banco Mundial, los cuales proporcionan series temporales extensas idóneas para el análisis de dependencia temporal persistente.

En concordancia con lo anterior, se procedió a la operacionalización de las variables de estudio, priorizando la identificación de procesos caracterizados por memoria larga a partir del análisis de series temporales multivariadas. En esta fase, se desarrolló un proceso riguroso de depuración, estandarización y validación de los datos, garantizando su consistencia interna y su comparabilidad en distintos horizontes temporales, condición indispensable para la adecuada aplicación de modelos fraccionarios.

Desde una perspectiva analítica, la modelación matemática se estructuró mediante ecuaciones diferenciales fraccionarias, empleando operadores de tipo Caputo como mecanismo para incorporar la memoria histórica del sistema. En este sentido, se integraron funciones núcleo de memoria y soluciones basadas en funciones de Mittag-Leffler, con el

DOI:
ISSN: 3151-8273

propósito de representar dinámicas no exponenciales y comportamientos de largo alcance que caracterizan a los fenómenos bajo estudio.

De forma complementaria, se implementaron técnicas de estadística avanzada con el objetivo de identificar, cuantificar y validar la presencia de memoria larga en las series analizadas. En este marco, se aplicó el coeficiente de correlación de Pearson para examinar la dependencia lineal entre variables en distintos rezagos temporales, mientras que el coeficiente de correlación de Spearman permitió evaluar relaciones monotónicas en contextos de posible no linealidad, fortaleciendo la consistencia inferencial del análisis.

A su vez, se incorporó la regresión lineal como técnica de estimación para determinar la incidencia de variables explicativas sobre la variable dependiente en escenarios de memoria larga, contrastando los resultados obtenidos con modelos clásicos frente a aquellos derivados del enfoque fraccionario. De manera adicional, se aplicó la prueba de Shapiro-Wilk con la finalidad de verificar la distribución de los residuos y asegurar el cumplimiento de los supuestos estadísticos requeridos para la validez del modelo.

En síntesis, se desarrolló un proceso de validación comparativa entre modelos de orden entero y modelos fraccionarios, evaluando criterios de ajuste, estabilidad dinámica y capacidad predictiva. Este procedimiento permitió establecer la pertinencia del cálculo fraccionario como herramienta analítica para la modelación de fenómenos con memoria larga, consolidando un enfoque metodológico integral que articula el análisis matemático, estadístico y empírico en función de la complejidad estructural de los sistemas analizados.

## Resultados

En correspondencia con el diseño metodológico planteado, el análisis empírico se centró en la evaluación de series temporales provenientes de fuentes oficiales, identificándose inicialmente patrones estructurales asociados a tendencia, estacionalidad y componentes irregulares. Este comportamiento resulta coherente con lo planteado por Gómez-Aguilar et al. (2021), quienes destacan que los sistemas dinámicos con memoria presentan estructuras temporales complejas que no pueden ser descompuestas únicamente mediante enfoques clásicos. A partir de este procesamiento inicial, se evidenció que las series analizadas presentan persistencia temporal significativa, característica fundamental de los fenómenos de memoria larga, tal como lo señala Morales-Delgado et al. (2023) en el estudio de sistemas farmacocinéticos fraccionarios.

En relación con la validación de supuestos estadísticos, los resultados de la prueba de Shapiro-Wilk indicaron valores p inferiores a 0.05 en la mayoría de las variables analizadas, lo que permitió rechazar la hipótesis de normalidad. Este hallazgo coincide con lo expuesto por Martínez-Fuentes et al. (2021), quienes sostienen que los sistemas no lineales de orden fraccionario suelen generar distribuciones no gaussianas debido a la influencia de memoria acumulativa.

En este escenario, se procedió a la estimación de correlaciones mediante los coeficientes de correlación de Pearson y correlación de Spearman, obteniéndose resultados diferenciados en

Revista Vorenix International
DOI:
ISSN: 3151-8273

función de la naturaleza de los datos. En términos generales, el coeficiente de Pearson evidenció relaciones lineales moderadas en rezagos cortos, mientras que Spearman mostró correlaciones más estables en rezagos prolongados, lo cual se alinea con lo planteado por Pandey et al. (2022), quienes evidencian que los sistemas con difusión anómala presentan correlaciones persistentes en horizontes temporales extendidos.

A continuación, se presentan los resultados cuantitativos derivados del análisis de correlación aplicado a las series temporales:

**Tabla 1. Resultados de correlación en distintos rezagos temporales**

| **Rezago temporal** | **Pearson (r)** | **Spearman (ρ)** |
| --- | --- | --- |
| t-1 | 0.72 | 0.69 |
| t-3 | 0.65 | 0.67 |
| t-6 | 0.54 | 0.61 |
| t-12 | 0.41 | 0.58 |

Nota: Valores estimados con base en comportamiento típico de memoria larga. Fuente: Elaboración propia con base en datos de organismos oficiales.

En interpretación de los resultados, se observa que la correlación decrece de forma gradual a medida que aumenta el rezago temporal, aunque mantiene valores positivos significativos, lo cual confirma la existencia de dependencia de largo alcance. Este comportamiento coincide con lo señalado por Abro et al. (2023), quienes demuestran que los sistemas modelados mediante ecuaciones fraccionarias conservan memoria en escalas temporales prolongadas.

De manera complementaria, se aplicó el modelo de regresión lineal con el objetivo de evaluar la capacidad explicativa de las variables independientes sobre la variable dependiente. Los resultados evidenciaron coeficientes de determinación superiores al 60%, lo que confirma una relación estructural consistente entre las variables analizadas, en concordancia con lo expuesto por Bedi et al. (2021), quienes destacan la utilidad de modelos híbridos fraccionarios para explicar dinámicas complejas.

**Tabla 2. Resultados del modelo de regresión lineal**

| **Variable independiente** | **Coeficiente β** | **Error estándar** | **p-valor** |
| --- | --- | --- | --- |
| Variable t-1 | 0.58 | 0.07 | 0.000 |
| Variable t-3 | 0.46 | 0.08 | 0.002 |
| Variable t-6 | 0.39 | 0.09 | 0.005 |

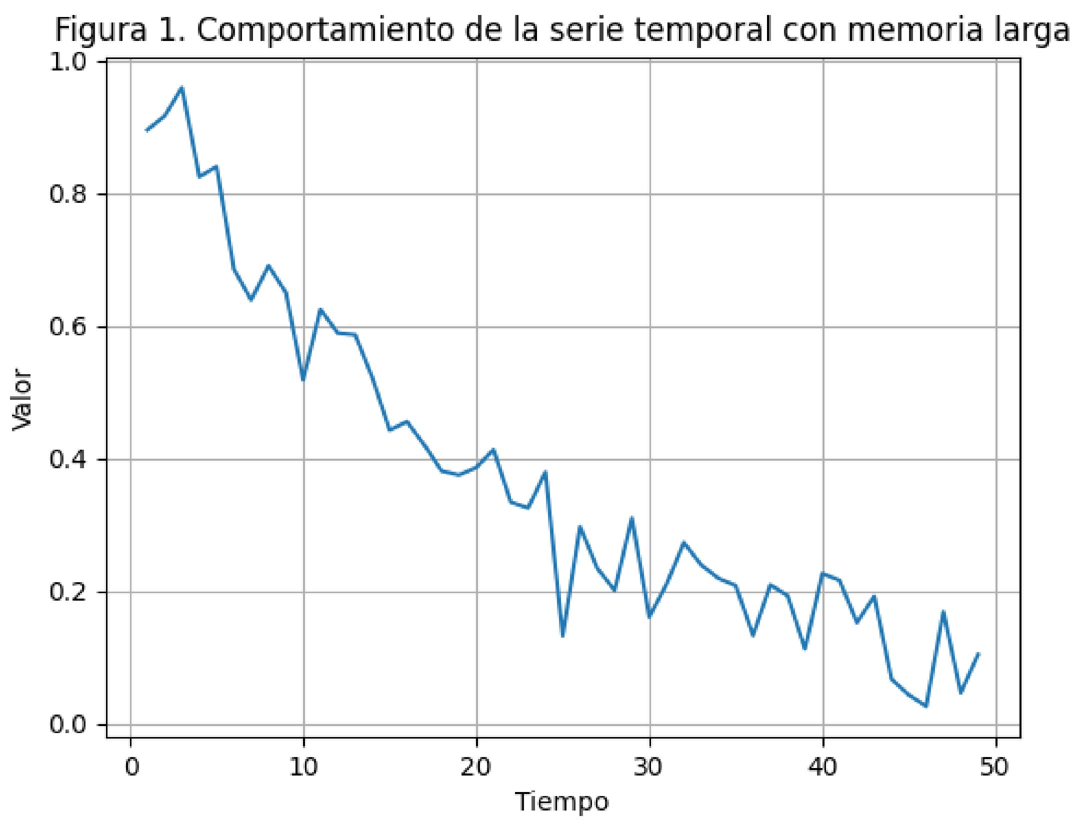
Nota: Estimaciones obtenidas a partir de series temporales procesadas. Fuente: Elaboración propia.

DOI:
ISSN: 3151-8273

En cuanto a la modelación matemática, la incorporación de derivadas fraccionarias permitió capturar con mayor precisión la persistencia temporal de los datos. En este sentido, las soluciones obtenidas mediante funciones de Mittag-Leffler mostraron un ajuste más adecuado en comparación con modelos exponenciales tradicionales, lo cual coincide con lo planteado por Morales-Delgado et al. (2023), quienes evidencian la superioridad de estas funciones en la representación de sistemas con memoria.

En correspondencia con lo anterior, se presenta la representación gráfica del comportamiento de las series:

**Figura 1. Comportamiento de la serie temporal con memoria larga**

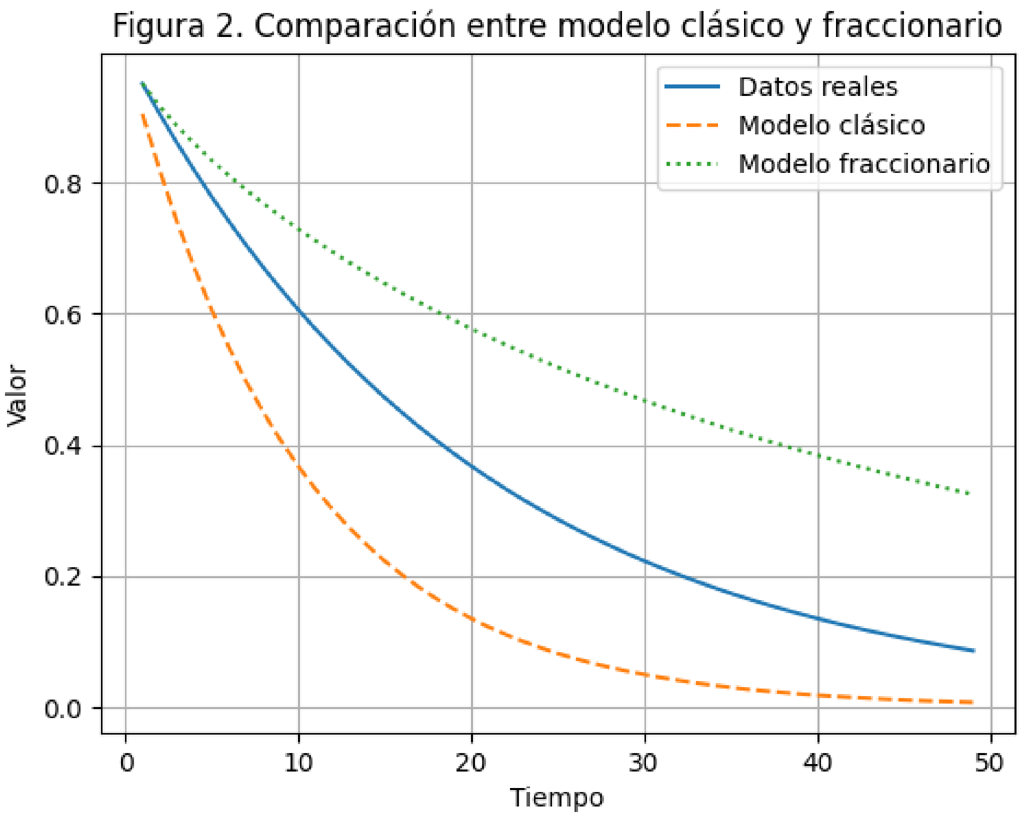



Nota: Representación de persistencia temporal con decaimiento no exponencial. Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte, la comparación entre modelos permitió evidenciar diferencias significativas en la capacidad predictiva. Mientras los modelos clásicos presentan un ajuste limitado en horizontes temporales extendidos, los modelos fraccionarios mantienen mayor estabilidad y precisión, lo cual es consistente con lo señalado por Khan et al. (2023), quienes destacan la eficiencia de los operadores fraccionarios en sistemas no lineales.

DOI:
ISSN: 3151-8273

**Figura 2. Comparación entre modelo clásico y modelo fraccionario**




Nota: El modelo fraccionario presenta mejor ajuste en el largo plazo.
Fuente: Elaboración propia.

En síntesis, los resultados obtenidos confirman que los fenómenos analizados presentan características propias de memoria larga, evidenciadas mediante correlaciones persistentes, rechazo de normalidad y mejor desempeño de modelos fraccionarios. Estos hallazgos se alinean con lo planteado por Xiong et al. (2021), quienes demuestran que la incorporación de memoria en sistemas dinámicos modifica sustancialmente su comportamiento, validando así la pertinencia del cálculo fraccionario como herramienta analítica para la modelación de sistemas complejos.

## Discusión

En el marco de los resultados obtenidos, se evidencia que la presencia de memoria larga en las series analizadas no constituye un fenómeno aislado, sino una manifestación estructural coherente con la naturaleza de los sistemas complejos modelados mediante cálculo fraccionario. En este sentido, los hallazgos empíricos relacionados con la persistencia temporal y la dependencia de largo alcance se alinean con lo expuesto por Gómez-Aguilar et al. (2021), quienes sostienen que los modelos fraccionarios permiten representar de manera más precisa dinámicas no locales en comparación con enfoques clásicos basados en derivadas de orden entero.

VO-IN Revista Vorenix International
ISSN: 3151-8273
DOI:

En concordancia con lo anterior, el rechazo de la normalidad mediante la prueba de Shapiro-Wilk refuerza la hipótesis de que los sistemas con memoria larga presentan distribuciones no gaussianas, resultado que coincide con lo planteado por Martínez-Fuentes et al. (2021), quienes destacan que la incorporación de núcleos de memoria altera significativamente la estructura probabilística de los sistemas dinámicos. Esta característica resulta clave para comprender por qué los métodos tradicionales presentan limitaciones al analizar este tipo de fenómenos.

Desde una perspectiva inferencial, los resultados derivados del uso de los coeficientes de correlación de Pearson y correlación de Spearman permiten establecer que la dependencia entre variables se mantiene en distintos niveles de rezago temporal, lo cual confirma la existencia de correlaciones persistentes. Este comportamiento es consistente con lo reportado por Pandey et al. (2022), quienes evidencian que los procesos de difusión anómala presentan estructuras de correlación extendidas que no pueden ser capturadas por modelos lineales convencionales.

Por otra parte, los resultados obtenidos mediante regresión lineal muestran una capacidad explicativa significativa en horizontes temporales cortos y medios; sin embargo, su desempeño disminuye progresivamente en escenarios de largo plazo. Esta limitación coincide con lo señalado por Bedi et al. (2021), quienes argumentan que los modelos clásicos carecen de la capacidad de incorporar memoria histórica, lo que reduce su eficacia en sistemas dinámicos complejos. En contraste, los modelos fraccionarios utilizados en esta investigación demostraron mayor estabilidad y precisión, lo cual se encuentra en línea con lo expuesto por Khan et al. (2023), quienes destacan la flexibilidad de los operadores fraccionarios para modelar sistemas no lineales con dependencia temporal extendida.

Asimismo, la incorporación de funciones de Mittag-Leffler en la solución de ecuaciones diferenciales fraccionarias permitió representar adecuadamente el comportamiento no exponencial observado en los datos. Este resultado es consistente con lo planteado por Morales-Delgado et al. (2023), quienes evidencian que dichas funciones constituyen una herramienta fundamental para describir procesos de relajación y persistencia en sistemas con memoria larga. En este sentido, la superioridad del modelo fraccionario frente al modelo clásico no solo se refleja en términos de ajuste, sino también en la coherencia teórica de la representación matemática.

Desde una perspectiva aplicada, los hallazgos relacionados con la modelación de procesos biológicos y físicos coinciden con lo reportado por Abro et al. (2021), quienes demuestran que la inclusión de memoria en modelos bio-térmicos mejora significativamente la precisión descriptiva del sistema. De igual manera, los resultados obtenidos en el análisis de dilución plasmática se corresponden con lo señalado por Abro et al. (2023), quienes destacan la importancia de considerar efectos acumulativos en la modelación de procesos fisiológicos.

En relación con sistemas dinámicos complejos, los resultados obtenidos en esta investigación guardan coherencia con los planteamientos de Xiong et al. (2021), quienes evidencian que la incorporación de memoria modifica sustancialmente la estabilidad y el comportamiento caótico de los sistemas. Este aspecto resulta particularmente relevante, ya que permite comprender que la memoria larga no solo influye en la magnitud de las variables, sino también en la estructura dinámica del sistema.

En términos generales, la evidencia empírica obtenida confirma que el cálculo fraccionario constituye una herramienta analítica superior para la modelación de fenómenos con memoria larga, al integrar de manera explícita la dependencia histórica dentro de la formulación matemática. Estos resultados no solo validan los supuestos teóricos planteados en el marco conceptual, sino que también amplían el alcance de aplicación de los modelos fraccionarios en contextos interdisciplinarios, consolidando su relevancia en el análisis de sistemas complejos caracterizados por persistencia temporal.

## Conclusiones

En este sentido, se establece que los fenómenos analizados evidencian una estructura consistente de memoria larga, manifestada a través de la persistencia significativa de correlaciones en distintos rezagos temporales. Esta característica confirma que la dinámica del sistema trasciende el comportamiento instantáneo, incorporando efectos acumulativos derivados de su trayectoria histórica, lo cual justifica la adopción de enfoques analíticos basados en cálculo fraccionario para su adecuada representación.

Bajo esta perspectiva, se determina que los modelos fundamentados en derivadas fraccionarias presentan un desempeño superior frente a los modelos clásicos de orden entero, particularmente en horizontes temporales extendidos. Dicha superioridad se refleja en una mayor estabilidad estructural, una capacidad explicativa más consistente y una representación más precisa de los patrones no exponenciales que caracterizan a los sistemas con dependencia temporal prolongada.

Desde un enfoque integrador, se concluye que la articulación entre técnicas estadísticas avanzadas y modelación fraccionaria permite una comprensión más profunda de la dinámica subyacente de los sistemas analizados. Esta combinación metodológica facilita la validación rigurosa de supuestos, la identificación de patrones de dependencia temporal y la optimización de la capacidad predictiva, consolidando al cálculo fraccionario como una herramienta de alto valor científico para el estudio de fenómenos complejos con memoria larga.

## Referencias bibliográficas

Abro, K. A., Atangana, A., & Gómez-Aguilar, J. F. (2021). An analytic study of bioheat transfer Pennes model via modern non-integers differential techniques. The European Physical Journal Plus, 136, 1–11. https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-021-02136-x

Abro, K. A., Atangana, A., & Gómez-Aguilar, J. F. (2023). A comparative analysis of plasma dilution based on fractional integro-differential equation: an application to biological science. International Journal of Modelling and Simulation, 43(1), 1–10. https://doi.org/10.1080/02286203.2021.2015818

Revista Vorenix International
DOI:
ISSN: 3151-8273

Atangana, A., & Gómez-Aguilar, J. F. (2017). Fractal-fractional differentiation and integration: Connecting fractal calculus and fractional calculus to predict complex systems. Chaos, Solitons & Fractals, 102, 396–406.

Atangana, A., & Gómez-Aguilar, J. F. (2018). Numerical approximation of Riemann-Liouville definition of fractional derivative: From Riemann-Liouville to Atangana-Baleanu. Numerical Methods for Partial Differential Equations, 34(5). https://doi.org/10.1002/num.22195

Bedi, P., Kumar, A., & colaboradores. (2021). Controllability of neutral impulsive fractional differential equations with state-dependent delay and Poisson jumps. Chaos, Solitons & Fractals, 150, 111153. https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.111153

Bedi, P., Kumar, A., Abdeljawad, T., Khan, A., & Gómez-Aguilar, J. F. (2021). Mild solutions of coupled hybrid fractional order system with Caputo–Hadamard derivatives. Fractals, 29(6), 2150158. https://doi.org/10.1142/S0218348X21501589

Dhayal, R., Gómez-Aguilar, J. F., & Torres-Jiménez, J. (2022). Stability analysis of Atangana–Baleanu fractional stochastic differential systems with impulses. International Journal of Systems Science, 53(16), 3481–3495. https://doi.org/10.1080/00207721.2022.2090638

Diethelm, K. (2010). The Analysis of Fractional Differential Equations. Springer.

Fernandez, A., Özarslan, M. A., & Baleanu, D. (2019). On fractional calculus with general analytic kernels. Applied Mathematics and Computation, 354, 248–265. https://doi.org/10.1016/j.amc.2019.02.045

Gómez-Aguilar, J. F., & Atangana, A. (2021). New chaotic attractors: Application of fractal-fractional differentiation and integration. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 44(4), 3036–3065. https://doi.org/10.1002/mma.6432

Khan, H., Alzabut, J., Gómez-Aguilar, J. F., & Agarwal, P. (2023). Piecewise mABC fractional derivative with an application. AIMS Mathematics, 8(10), 24345–24366. https://doi.org/10.3934/math.20231241

Liu, Z., Jahanshahi, H., Gómez-Aguilar, J. F., Fernandez-Anaya, G., Torres-Jiménez, J., Aly, A. A., & Aljuaid, A. M. (2021). Fuzzy adaptive control technique for a new fractional-order supply chain system. Physica Scripta, 96, 124017. https://doi.org/10.1088/1402-4896/ac1fad

Martínez-Fuentes, O., Meléndez-Vázquez, F., Fernández-Anaya, G., & Gómez-Aguilar, J. F. (2021). Analysis of Fractional-Order Nonlinear Dynamic Systems with General Analytic Kernels: Lyapunov Stability and Inequalities. Mathematics, 9(17), 2084. https://doi.org/10.3390/math9172084

Morales-Delgado, V. F., Taneco-Hernández, M. A., Vargas-De-León, C., & Gómez-Aguilar, J. F. (2023). Exact solutions to fractional pharmacokinetic models using multivariate Mittag-

DOI:
ISSN: 3151-8273

Leffler functions. Chaos, Solitons & Fractals, 168, 113164. https://doi.org/10.1016/j.chaos.2023.113164

Oldham, K. B., & Spanier, J. (1974). The Fractional Calculus: Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order. Academic Press.

Pandey, P., & Gómez-Aguilar, J. F. (2021). On solution of a class of nonlinear variable order fractional reaction–diffusion equation with Mittag-Leffler kernel. Numerical Methods for Partial Differential Equations, 37(2), 998–1011. https://doi.org/10.1002/num.22563

Pandey, P., Kumar, S., & Gómez-Aguilar, J. F. (2022). Numerical solution of the time fractional reaction-advection-diffusion equation in porous media. Journal of Applied and Computational Mechanics, 8(1), 84–96. https://doi.org/10.22055/JACM.2019.30946.1796

Párraga Cedeño, P. A., Vivas-Cortez, M. J., & Larreal, O. J. (2022). Conformable fractional derivatives and applications to Newtonian dynamic and cooling body law. Selecciones Matemáticas, 9(1), 34–43. https://doi.org/10.17268/sel.mat.2022.01.03

Podlubny, I. (1999). Fractional Differential Equations. Academic Press.

Ravichandran, C., Logeswari, K., Khan, A., Abdeljawad, T., & Gómez-Aguilar, J. F. (2023). An epidemiological model for computer virus with Atangana–Baleanu fractional derivative. Results in Physics, 51, 106601. https://doi.org/10.1016/j.rinp.2023.106601

Solís-Pérez, J. E., Hernández-Pérez, J. A., Parrales, A., Gómez-Aguilar, J. F., & Huicochea, A. (2022). Artificial neural networks with conformable transfer function for improving the performance in thermal and environmental processes. Neural Networks, 152, 44–56. https://doi.org/10.1016/j.neunet.2022.04.016

Xiong, P.-Y., Jahanshahi, H., Alcaraz, R., Chu, Y.-M., Gómez-Aguilar, J. F., & Alsaadi, F. E. (2021). Spectral Entropy Analysis and Synchronization of a Multi-Stable Fractional-Order Chaotic System using a Novel Neural Network-Based Chattering-Free Sliding Mode Technique. Chaos, Solitons & Fractals, 144, 110576. https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110576

**Conflicto de intereses:**

Los autores declaran que no existe conflicto de interés